

MECANICA Y TERMODINAMICA DE SISTEMAS MATERIALES CONTINUOS



Andrés L. Granados M.



UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR

DIVISION DE FISICA Y MATEMATICAS

Departamento de Mecánica

Valle de Sartenejas.
Caracas. VENEZUELA.

Trabajo de Ascenso en el Escalafón Presentado como Requisito Parcial
para Optar a la Categoría de “Profesor Asociado”
(Versión Ampliada y Corregida. Mayo, 2020)

MECANICA Y TERMODINAMICA DE SISTEMAS MATERIALES CONTINUOS

ANDRES L. GRANADOS M.

**

Marzo, 1999.



**MECANICA Y TERMODINAMICA DE
SISTEMAS MATERIALES CONTINUOS**

Andrés L. Granados M.
UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR
Departamento de Mecánica
Sartenejas, Baruta, Edo. Miranda
Apdo.89000, Caracas 1080-A
Caracas, Venezuela.

E-mail: agrana@usb.ve

DERECHOS RESERVADOS ©1999 Andrés L. Granados M.

ISBN 980-07-2428-1

Mecánica y Termodinámica de Sistemas Materiales Continuos
Granados M., Andrés L.

Todos los derechos reservados.

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra,
por cualquier medio, sin la autorización escrita del autor.

Esta obra se terminó de imprimir
el 30 de Marzo de 1999 en:

UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR
Departamento de Producción de Impresos
Sartenejas, Baruta, Edo. Miranda
Caracas, VENEZUELA.

Tiraje: 15 ejemplares

Ilustración de la portada: Método Newton-Raphson aplicado al problema complejo $f(z) = z^4 - 1 = 0$.

MECANICA Y TERMODINAMICA DE SISTEMAS MATERIALES CONTINUOS

Fundamentos, Aplicaciones y Fenómenos

ANDRES L. GRANADOS M.

UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR. Departamento de Mecánica.

Valle de Sartenejas. Caracas.

Estado Miranda. Venezuela.

RESUMEN

En esta monografía se han desarrollado modelos matemáticos simplificados para el estudio de los sistemas materiales continuos deformables, tanto para un observador inercial, como desde un observador sobre un sistema se coordenadas no inercial giratorio [3,5]. Se ha establecido la interrelación entre la Mecánica y la Termodinámica de estos sistemas, adoptando una óptica de un modelo unificado, con un léxico y notación igualmente integradores. La notación empleada con frecuencia ha sido la notación simbólica de Gibbs, pero de igual manera en determinados desarrollos ha sido conveniente emplear también, cuando así se haya requerido, la notación matricial y la notación indicial. También se han adoptado algunas simbologías propias de la geometría diferencial moderna.

En una primera parte de *fundamentos* se ha desarrollado la Cinemática de los sistemas materiales continuos, los Principios de Conservación [2,3a] y Variacionales [4], luego se abarcar el análisis de la Dinámica y la Termodinámica integradas bajo un modelo unificado, para finalmente establecer un sinúmero de posibilidades en las Relaciones Constitutivas encontradas para los materiales más conocidos. Desde un inicio se han planteado las ecuaciones de la conservación de masa, de la cantidad de movimiento lineal y angular para sistemas generales pasando a través de volúmenes de control también generales. Estas mismas ecuaciones se han simplificado substancialmente para sistemas abiertos con entrada y salida uniformes aplicando el Teorema Generalizado de Pappus a las integrales de volumen.

Se han planteado las ecuaciones de la conservación de la energía tanto de manera total como en sus partes mecánica y térmica y la ecuación de conservación de la entropía. Estas mismas ecuaciones y las anteriormente nombradas se han obtenido tanto para un enfoque diferencial como un enfoque integral, y en este último caso se han identificado la primera y segunda leyes de la Termodinámica, tales como las conocemos clásicamente con las características fundamentales de los sistemas cerrados y abiertos a los que se aplica. Sin embargo, con una descripción más profunda y moderna que en los modelos clásicos.

En una segunda parte de *aplicaciones* se ha tratado de hacer una introducción a los distintos comportamientos que presentan los materiales más conocidos. Entre ellos están los sólidos rígidos, los fluidos perfectos, los fluidos viscosos, los sólidos elásticos [3b], los materiales viscoelásticos, los sólidos plásticos y los sistemas multicomponentes. En esta parte se ha pretendido mostrar como se reducen los modelos generales de la primera parte aplicados a materiales específicos. El planteamiento que se hace sigue una lógica deductiva, recorriendo el desarrollo de los modelos en el sentido de lo general a lo particular.

En una tercera parte de *fenómenos* se han introducido diferentes fenómenos dentro de los sistemas materiales continuos. Se ha comenzado con un capítulo dedicado a La Turbulencia y otro dedicado a La Relatividad, y se espera en un futuro incluir: Transporte, Ondas, Estabilidad, Radiación y Electromagnetismo.

Un capítulo adicional de métodos numéricos seleccionados enfocados a resolver problemas específicos podría en el futuro completar esta parte.

En los *Apéndices* se incluye todo aquello que se pensó necesario para hacer esta monografía autocontenida. Se incluyeron los temas de Vectores y Tensores Cartesianos y Absolutos, Álgebra Lineal, Topología y Análisis Funcional y Métodos Matemáticos. En los dos primeros de estos apéndices de este trabajo se ha realizado, siguiendo el enfoque de la geometría diferencial moderna, la deducción generalizada de La Regla de Leibniz [1,2] de transformación de la derivada de una integral con límites dependientes del parámetro de derivación. Esta regla se ha considerado como la herramienta central para la demostración de los Teoremas del Transporte de Reynolds, y a partir de este deducir todos los Principios de Conservación. En el Apéndice de Topología y Análisis Funcional se desarrolló toda una sección de Análisis Variacional, bastante completa y original, para el rápido desenvolvimiento y desarrollo del Capítulo de Principios Variacionales [4]. No de menor interés es la Sección de Transformada de Legendre de este apéndice, tan necesaria para la justificación de las Relaciones Termodinámicas del Capítulo de Termodinámica de los Sistemas Materiales. En el transcurrir de la lectura se hace metódicamente mención a resultados que en los apéndices se encuentran descritos en toda su extensión. Se han incluido adicionalmente un capítulo de Métodos Matemáticos, con métodos de uso frecuente dentro del temario, como por ejemplo, resolución de ecuaciones algebraicas y diferenciales, Teorema Pi, y las herramientas necesarias para el estudio de la turbulencia (análisis de Fourier y Probabilidad-Estadística) [6].

Las siguientes referencias producidas en la década de finales del siglo pasado y principios del actual, constituyen la inspiración inicial de esta obra que se ha extendido en su contenido y habrá de extenderse todavía más.

Referencias

- [1] Granados M., A. L. "Reynolds Transport Theorems as a Special Application of Leibniz Rule". **Proceedings of The Third Caribbean Congress on Fluid Dynamics and The Third Latin-American Symposium on Fluid Mechanics**. Universidad Simón Bolívar. Sartenejas, del 5 al 9 de Febrero de 1995.
- [2] Granados M., A. L. "Aplicaciones de la Regla de Leibniz: Teoremas del Transporte de Reynolds y Principios de Conservación". **Boletín Técnico IMME** (Instituto de Materiales y Modelos Estructurales - Universidad Central de Venezuela), Vol.34, No.3, pp.1-31, Octubre de (1996).
- [3a] Granados M., A. L. "Mechanics of Continuous Material Systems". **Applied Mechanics in the Americas**. Vol.5: "Mechanics of Fluids, Thermal Problems, Optimization and Control, Experimental and Numerical Methods, Biomechanics, Applications". Edited by M. Rysz, L. A. Godoy, L. E. Suárez, College of Engineering, University of Puerto Rico at Mayagüez, pp.87-90, August 1996. *Proceedings of the Fifth Pan-American Congress of Applied Mechanics, PACAM V*. Hotel San Juan Marriott, San Juan of Puerto Rico, January 2-4, 1997.
- [3b] Granados M. A. L.; Casanova M., E. L.; Müller-Karger P., C. M. "Whip Model for the Transient Response of Large Deflexion Beams". **Applied Mechanics in the Americas**, Vol.4: *Mechanics and Dynamics of Solids*. Edited by L. A. Godoy, M. Rysz, L. E. Suárez, College of Engineering, University of Puerto Rico at Mayagüez, pp.379-382, August 1996. Idem.
- [4] Granados M., A. L. *Principios Variacionales en la Mecánica del Continuo*. **Boletín Técnico IMME** (Instituto de Materiales y Modelos Estructurales - Universidad Central de Venezuela), Vol.36, No.1, pp.19-42, Marzo de (1998).
- [5] Granados, A. "Mecánica de Sistemas Materiales Continuos Desde Marcos de Referencia No Inerciales". Revista **Boletín Técnico IMME** (Instituto de Materiales y Modelos Estructurales - Universidad Central de Venezuela), Vol.40, No.1, pp.59-94, Marzo de (2002).
- [6] Granados, A. L. **Flujo Turbulento Cargado con Partículas Sólidas en una Tubería Circular**, Tesis Doctoral, Univ. Politécnica de Madrid, E. T. S. Ing. Industriales, 2003.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi querida esposa Magaly y a mis adoradas hijas Andreína y Andrea, con todo el amor del mundo.

También deseo manifestar la satisfacción que siento al ofrecer este legado como un acto de reverencia a ...

LA NATURALEZA

La Naturaleza es una sola, pero es amplia en variedad y extensa en dimensión. Las herramientas para estudiarla son vastas en cantidad, y, aquellos sedientos de conocimiento, siempre pueden encontrar un espacio de incertidumbres donde investigar, siendo esto posible dentro de un interminable transcurrir de descubrimientos. Estos hallazgos, dependientes de los diferentes campos del saber, muchas veces parecen estar desligados unos de otros, produciendo la sensación de carencia de un orden racional o divino que los unifica. Sin embargo, es reconfortante saber, aunque al mismo tiempo desconcierta, que este orden existe, y, la única justificación tangible de ello, es que la Naturaleza es una sola.

Andrés L. Granados M.

PREFACIO

Dos razones importantes motivaron a la elaboración de este trabajo. La primera de estas razones fue la necesidad de contar con un compendio de información que normalmente se consigue en diferentes textos con diversidad de enfoques, y al mismo tiempo desarrollar en su lugar un enfoque unificador con una notación consistentemente integrada. La segunda razón obedeció a la necesidad de desarrollar una monografía sobre mecánica y termodinámica de los sistemas materiales continuos que pudiera eventualmente servir para los cursos de post-grado en Ingeniería Mecánica, que contuviera simultáneamente los conocimientos impartidos en cursos aparentemente disímiles como mecánica racional, mecánica de fluidos, mecánica de sólidos, mecánica de materiales mecánica de los medios continuos, reología, sistemas multicomponentes, introducción al análisis tensorial, cartesianos y absolutos, al álgebra, lineal y superior, a la topología y al análisis funcional, tan necesarios para el entendimiento matemáticamente formal de los temas mencionados.

En esta monografía se han desarrollado modelos matemáticos simplificados para el estudio de los sistemas materiales continuos deformables, tanto para un observador inercial, como desde un observador sobre un sistema se coordenadas no inercial giratorio. Se ha establecido la interrelación entre la mecánica y la termodinámica de estos sistemas, adoptando una óptica de un modelo unificado, con un léxico y notación igualmente integradores. La notación empleada con frecuencia ha sido la notación simbólica de Gibbs, pero de igual manera en determinados desarrollos ha sido conveniente emplear también, cuando así se haya requerido, la notación indicial y la notación matricial. También se han adoptado algunas simbologías propias de la geometría diferencial moderna.

En una primera parte de *fundamentos* se ha desarrollado la cinemática de los sistemas materiales continuos, los principios de conservación y variacionales, luego se abarcar el análisis de la dinámica y la termodinámica integradas bajo un modelo unificado, para finalmente establecer un sinúmero de posibilidades en las relaciones constitutivas encontradas para los materiales más conocidos. Desde un inicio se han planteado las ecuaciones de la conservación de masa, de la cantidad de movimiento lineal y angular de la energía y la entropía para sistemas materiales generales pasando a través de volúmenes de control también generales. Estas mismas ecuaciones se han simplificado substancialmente para sistemas abiertos con entrada y salida uniformes aplicando el teorema generalizado de Pappus a las integrales de volumen.

Aunque la presentación de los diferentes títulos de los temas involucrados pueda sonar como que esta monografía repite lo que ya está escrito en publicaciones especializadas, se ha hecho un esfuerzo grande en desarrollos teóricos para enlazar de una forma holística los diferentes enfoques encontrados. De suma importancia ha resultado el desarrollo general de la Regla de Leibniz y la formulaciones variacionales de los medios continuos, presentados en toda su extensión en los apéndices, para los capítulos de la parte de fundamentos.

No de menos importancia ha sido también la presentación de la Mecánica Racional Clásica, tradicionalmente aplicada a partículas, sistemas de partículas, o sólidos rígidos, aplicada en esta oportunidad a medios continuos o colección de medios continuos con interfaces de discontinuidad (lo que esta monografía denominamos, usando una terminología original, *Sistemas Materiales Continuos*). Aquí, esta Mecánica Racional se ha entrelazado con la Termodinámica Racional (usamos este término para distinguirla de la Termodinámica Clásica basada fundamentalmente en las idealizaciones de las máquinas térmicas), mostrando la interrelaciones que existen entre estas dos áreas del conocimiento, aparentemente disímiles. Todo esto se hace siguiendo simultáneamente un enfoque integral y otro diferencial que se compaginan en todo momento.

En una segunda parte de *aplicaciones* se ha tratado de hacer una introducción a los distintos comportamientos que presentan los materiales más conocidos. Entre ellos están los sólidos rígidos, los fluidos perfectos, los fluidos viscosos y los sólidos elásticos, los materiales viscoelásticos, los sólidos plásticos y los sistemas multicomponentes. En esta parte se ha pretendido mostrar como se reducen los modelos generales de la primera parte aplicados a materiales específicos. El planteamiento que se hace sigue una lógica deductiva, recorriendo el desarrollo de los modelos en el sentido de lo general a lo particular.

Se han planteado las ecuaciones de la conservación de la energía tanto de manera total como en sus partes mecánica y térmica y la ecuación de conservación de la entropía. Estas mismas ecuaciones y las anteriormente nombradas se han obtenido tanto para un enfoque diferencial como un enfoque integral, y en

este último caso se han identificado la primera y segunda ley de la termodinámica, tales como las conocemos clásicamente con las características fundamentales de los sistemas cerrados y abiertos a los que se aplica. Sin embargo, con una descripción más profunda y moderna que en los modelos clásicos.

En un futuro se espera incluir un capítulo adicional dedicado a Sistemas Multifásicos y sus casos particulares.

En una tercera parte de *fenómenos*, se han iniciado las labores de introducir los diferentes fenómenos dentro de los sistemas materiales continuos. Se ha comenzado con un capítulo dedicado a La Turbulencia y otro dedicado a La Relatividad. Se espera en un futuro incluir adicionalmente: Transporte, Ondas, Estabilidad, Radiación y Electromagnetismo, por ejemplo. Un capítulo adicional de métodos y análisis numéricos seleccionados, enfocados a resolver problemas específicos, que podría en el futuro completar esta parte, se ha convertido ya en un libro adicional titulado *Métodos Numéricos* (2016), publicado por el mismo autor.

En los *apéndices* se incluye todo aquello que se pensó necesario para hacer esta monografía autocontenida. Se incluyeron los temas de vectores y tensores cartesianos y absolutos, álgebra lineal, topología y análisis funcional. En los dos primeros de estos apéndices de este trabajo se ha realizado, siguiendo el enfoque de la geometría diferencial moderna, la deducción generalizada de La Regla de Leibniz de transformación de la derivada de una integral con límites dependientes del parámetro de derivación. Esta regla se ha considerado en esta obra como la herramienta central para la demostración de los Teoremas del Transporte de Reynolds, y a partir de este deducir todos los principios de conservación. En el Apéndice D de Topología y Análisis Funcional se desarrolló toda una Sección de Análisis Variacional, bastante completa y original, para el rápido desenvolvimiento y desarrollo de las ideas expuestas en el Capítulo de Principios Variacionales. No de menor interés es la Sección de Transformada de Legendre de este apéndice, tan necesaria para la justificación de las Relaciones Termodinámicas del Capítulo de Termodinámica de los Sistemas Materiales. En el transcurrir de la lectura se hace metódicamente mención a resultados que en algunos o varios de los apéndices se encuentran descritos en toda su extensión.

Se han incluido adicionalmente un capítulo de métodos matemáticos, con métodos y conceptos de uso frecuente dentro del temario, como por ejemplo, ecuaciones algebraicas y diferenciales, teorema Pi, y las herramientas necesarias para el estudio de la turbulencia (análisis de Fourier y Probabilidad-Estadística).

Todo el temario de este texto se ha estructurado en dieciséis (16) capítulos y cinco (5) apéndices:

Fundamentos

- Cinemática de los Sistemas Materiales.
- Análisis de Esfuerzos.
- Principios de Conservación.
- Principios Variacionales.
- Dinámica de los Sistemas Materiales.
- Termodinámica de los Sistemas Materiales.
- Relaciones Constitutivas.

Aplicaciones

- Sólidos Rígidos.
- Fluidos Perfectos.
- Fluidos Viscosos.
- Sólidos Elásticos.
- Materiales Viscoelásticos.
- Sólidos Plásticos.
- Sistemas Multicomponentes.

Fenómenos

- Turbulencia.
- Relatividad.

Apéndices

- Vectores y Tensores Cartesianos.
- Análisis Tensorial Absoluto.
- Algebra Lineal y superior.
- Topología y Análisis Funcional.
- Métodos Matemáticos.

numerados con números romanos para los capítulos y letras latinas mayúsculas para los apéndices.

Todos los temas tratados en este texto se han enfocado desde el punto de vista del estudio de los fundamentos y muy poca atención o casi ninguna se le ha dado a aquellos resultados reportados mediante correlaciones experimentales o que no tengan una sólida base teórica. Estos resultados se pueden obtener con lujo de detalle en textos especializados en cada tema en particular con aplicaciones en ingeniería o en publicaciones periódicas referenciadas en los mismos. En este contexto se ha tratado de conservar el rigor matemático y la formalidad que se desea en este trabajo. Sin embargo, muchas de las deducciones con un trasfondo puramente matemático se han dejado resumidas en los apéndices o se ha remitido a una referencia más especializada. Tampoco se ha tratado de hacer un desarrollo puramente axiomático de la Mecánica y la Termodinámica, tal como fue propuesto por Hilbert a principios de siglo [Hilbert,1901].

Los Capítulos del I al VII en su globalidad de **Fundamentos** de la mecánica y termodinámica de los sistemas materiales continuos, sin hacer referencia explícita del material. El sistema muy bien puede ser un medio continuo rígido o deformable y en la mayoría de los casos los resultados pueden extrapolarse a sistemas materiales discretos o de partículas. Se incluye en el Capítulo VII un tratamiento formal de la teoría de las relaciones constitutivas desde un punto de vista general, aplicada a una gran diversidad de materiales fluidos o sólidos.

Los Capítulos del VIII al XIV tratan de las **Aplicaciones** a los materiales. Allí se presenta la descripción de ciertos sistemas ya más específicos como los son los fluidos y los sólidos, haciendo sobre todo énfasis en las relaciones constitutivas del tipo lineal. Con este enfoque se describen los comportamientos de los sólidos rígidos, elásticos y plásticos, y los fluidos (gases y líquidos) perfectos y viscosos, y los materiales (líquidos y sólidos) viscoelásticos. En esta parte se incluyen también los sistemas multicomponente.

En la parte de los **Fenómenos**, el capítulo XV incorpora una introducción a la turbulencia con algunos modelos clásicos como turbulencia isotropa, longitud de mezcla, $k - \varepsilon$ en su versión de altos números de Reynolds. Sin embargo, se introducen métodos relativamente nuevos como $k - \varepsilon$ en su versión de bajos números de Reynolds y modelos de grandes escalas (LES - Large Eddy Simulation) en su versión dinámica. En esta misma parte se ha incluido el capítulo XVI donde se ha hecho una introducción al fenómeno de La Relatividad tanto Especial como General, aunque realmente los sistemas materiales se tratan en la Teoría de la Relatividad General. En esta sección se tratan los temas de ecuaciones del campo gravitacional, agujeros negros y órbitas planetarias, para culminar con cuerpos másicos viscosos en el espacio y un aspecto cosmológico. También se incluyen al final, superficialmente, los temas de electrodinámica y magnetohidrodinámica.

En los **Anexos** existen en total cinco (5) apéndices, identificados con las letras de de la A hasta la E, que han sido colocados para hacer consultas rápidas acerca de cuestiones de contenido matemático, que de otra manera recargarían el texto en su parte principal. Los dos primeros apéndices A y B hacen una breve introducción al análisis vectorial y tensorial en coordenadas cartesianas y coordenadas curvilíneas, respectivamente, como un instrumento necesario para tratar los temas que se presentan en el texto. En estos capítulos el tratamiento de los temas es formal tratando de ser lo más general posible, sin embargo, se han omitido demostraciones y fundamentos que son importantes mas no imprescindibles, puesto que no son el objetivo primordial de este texto. Para aquellas personas no interesadas en la parte matemática de este trabajo, el apéndice de los vectores y tensores cartesianos es suficiente para comprender a nivel introductorio la mayoría de los temas expuestos. Sin embargo, para aquellas personas que sí estén interesadas en una

formalidad matemática mayor, los apéndices subsiguientes, C de algebra lineal y superior, y D de topología y análisis funcional, pueden llenar ese vacío de conocimientos de manera rápida, y que de otra forma llevaría mucho tiempo de estudio.

El apéndice E de Métodos Matemáticos se ha anexado para recordarle al lector algunas técnicas analíticas para resolver ecuaciones algebraicas, ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales. Se ha incluido también una deducción original del teorema II de Buckingham y todas aquellas herramientas necesarias para el estudio de la turbulencia, como el análisis de Fourier y la teoría de las probabilidades y la estadística matemática. Se incluyen dentro de los anexos la notación y la bibliografía generales.

Los capítulos han sido numerados con números romanos, como ya se habrá visto, las secciones con números consecutivos y las sub-secciones y subsub-secciones con números de apartados de los números de las secciones y sub-secciones respectivamente. Es decir, por ejemplo, el Capítulo VII tiene una Sección 2., una Sub-sección 2.1. y una Subsub-sección 2.1.3. Cuando se hace dentro del texto una referencia a una sección o sub-sección en particular se menciona de la siguiente manera: ... ver la Sección VII.2. ... o ... ver la Sección VII.2.1.3. En caso de que se esté referenciando una parte del texto perteneciente al mismo capítulo o a la misma sección, esta información se omite. Los apéndices han sido ordenados según las letras del alfabeto latino en mayúscula, por ejemplo, Apéndice A, Apéndice B, etc. La organización interna de cada Apéndice es la misma que para los capítulos. Existe una tabla de contenido general al principio del texto, sin embargo, al principio de cada capítulo o apéndice se ha colocado una tabla de contenido más detallada para facilitar la búsqueda de los temas de interés para el lector. Por ejemplo, el tema “Vigas de Grandes Deflecciones”, donde se presenta el modelo del látigo para modelar la respuesta transitoria bajo todos los efectos simultáneos (tracción, flexión, corte y torsión), se explica en la Sección XI.3. El tema “Teorema de Bernoulli”, con un nuevo triple enfoque para líneas de corriente y tubos de corriente (energía y potencia) incluyendo el efecto de los esfuerzos viscosos, se encuentra en la Sección IX.1.4. El tema “Aplicaciones de la Regla de Leibniz: Teoremas del Transporte de Reynolds y Principios de Conservación”, con una presentación novedosa (de lo matemático a lo físico), se haya distribuido en las Secciones I.1.4, I.2.3, III.2.1, III.2.2, III.3.1. El tema “Mecánica de Sistemas Materiales Continuos Desde Marcos de Referencia No Inerciales”, mostrando la derivación intrínseca corrotacional y la influencia de la velocidad y aceleración angulares, se haya distribuido en las Secciones I.2.1, I.2.2, A.2.3, A.2.5, B.2.4. La identificación de cada capítulo o apéndice y su correspondiente sección y subsección se haya en el pie de página correspondiente de manera alternada.

Las ecuaciones han sido numeradas de forma consecutiva por sub-secciones. Para referenciar las ecuaciones se hace de la siguiente forma: ... basado en la ecuación VII.2.1.(12) ..., cuyo significado es obvio. Para las ecuaciones también es válida la observación hecha antes con respecto a la información superflua. Así que si estoy dentro del mismo capítulo se diría ... ecuación 2.1.(12) ... , o si se está en la misma sub-sección simplemente se habla de la ecuación (12). En alguna ocasiones un grupo de ecuaciones se numera con un sólo número. En estos casos, debe entenderse que las ecuaciones internas están ordenadas con letra de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha. Por ejemplo, ... ver ecuación (10.c) ... Aunque el grupo de ecuaciones esté numerado con el número (10) sólomente, se entenderá que la ecuación a la que se hizo referencia es la tercera dentro del grupo.

Los axiomas, definiciones, proposiciones, lemas, teoremas y corolarios han sido numerados de forma consecutiva por sub-secciones, al igual que las ecuaciones, con la particularidad de que cuando se referencia el número, en lugar de aparecer entre paréntesis, se presentará en negrillas. Por ejemplo, ... Teorema A.3.2.1. Una consideración adicional es que cuando en una sub-sección exista un sólo teorema, axioma, etc., este no se numerará, sin embargo se sobreentenderá que es el teorema, axioma, etc. número 1 de esa sub-sección. Las tablas y figuras siguen también esta misma filosofía de numeración y referencia.

En las definiciones de conceptos (diferentes a las definiciones rigurosas y sistemáticas del párrafo anterior), cuando aparezcan por primera vez, se colocará la palabra o palabras definidas en *letras inclinadas*.

Para las referencias bibliográficas no se sigue el mismo principio que las ecuaciones para referirlas. Todos los capítulos disponen al final un listado de las bibliografías más importante a las cuales puede o no hacerse referencia. Esto se hizo así porque, aparte de las referencias, el material de la bibliografía se ha revisado en su extensión para extraer de él (o contrariamente rechazar) el enfoque propuesto por los diferentes autores. Sin embargo, estos enfoques generalizados, en la mayoría de los casos, no se ha podido referenciar

de manera específica, porque están diluidos en varias de las obras. Por consiguiente, es posible encontrar la misma obra o artículo en dos o más de estos listados de bibliografías. Esto mismo que se hace con los capítulos se hace también con los apéndices. Las bibliografías se han ordenado en cada listado de forma alfabética, empleando al mismo tiempo un número entre corchetes para indicar el lugar que ocupa dentro de dicho ordenamiento. Al final del texto se ha ordenado una bibliografía general que recoge la totalidad de las obras bibliográficas anexada a cada capítulo o apéndice y adicionalmente se ha anexado una lista de las publicaciones periódicas de interés para la temática del texto.

Existe una única forma para hacer mención a una referencia. Esta forma es mediante el apellido del primer autor y el año entre corchetes o entre paréntesis. Cuando el año de la publicación está encerrado entre paréntesis significa que la publicación es periódica, y, en caso contrario, significa que es una monografía, por ejemplo, ... ver la referencia [Slattery,1972], o ... ver a [Hansen,(1965)]. Esta última referencia también se puede escribir como ...ver a Hansen [(1965)]... para no ser redundante si es necesario que el autor se mencione en el texto. Cuando para un mismo apellido de autor y un mismo año existen dos publicaciones o más, se anexa al año las diferentes letras minúsculas del alfabeto. Por ejemplo, ...[Truesdell,1960.a]...[Truesdell,1960.b]. Finalmente, cuando se desea mencionar un nombre o un autor que a su vez es referenciado en otra parte, este debe aparecer fuera de los corchetes. Por ejemplo, ... Noll-Gurtin [Truesdell,1960], aunque Noll y Gurtin no sean los autores de la referencia [Truesdell,1960]. Dentro de los corchetes puede aparecer eventualmente información adicional a la referencia como el capítulo o las páginas donde aparece, como por ejemplo, ...[Truesdell,1960;§.81,p.347]. El símbolo ‘Chp.’ se emplea para los capítulos, el símbolo ‘§’ se emplea para indicar las secciones o subsecciones, el símbolo ‘¶’ se emplea para indicar los párrafos y el símbolo ‘p’ para indicar las páginas. Cuando estos símbolos aparecen dos veces significa que son varias las entidades a la que se hace referencia, las cuales se pueden indicar como un rango de cantidades separadas por el símbolo ‘-’.

La notación usada en el texto es la convencional para estos temas, sin embargo, al final del texto se ha hecho un anexo con la notación más importante. De manera general, se puede decir que se ha empleado la notación simbólica de Gibbs, empleando itálicas para los escalares, negrillas minúsculas para los vectores y negrillas mayúsculas para los tensores de orden dos o más. Esta regla, aunque en general tiene muy pocas excepciones, se puede violar en algunos casos mencionando ampliamente el carácter de la cantidad que se especifica (por ejemplo, el tensor métrico en el Apéndice B se designa por \mathbf{g}). El producto escalar se especifica con un punto (\cdot), el producto vectorial se especifica con una cruz (\times) y la doble contracción del producto de dos tensores de segundo orden (o producto escalar de dos tensores) se especifica con el doble punto ($\cdot\cdot$). Puede existir también, en algunos casos, una triple contracción (o más, con \odot , en el teorema de Taylor generalizado). Adicionalmente, se ha definido el producto punto (\cdot) o contracción simple de un tensor y un vector, como la transformación de este por aquel (por ejemplo, en un sistema lineal $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{b}$), significando al mismo tiempo que existe una contracción en los índices adyacentes en las componentes (cuando se expresa en notación indicial). Algo similar se ha definido para el producto cruz (\times) de un tensor y un vector, donde el producto sólo afecta los vectores bases adyacentes al símbolo de multiplicación. También se define el producto cuña (\wedge) como el producto exterior y su relación con el producto cruz y con el producto tensorial. El producto tensorial, para los efectos de simplificar la notación en la gran mayoría de los casos, se indica como un producto diádico y no con una cruz encerrada en un círculo (\otimes), como normalmente se hace en los textos de análisis matemático. Sin embargo, en donde se hace necesario emplear el producto tensorial de forma explícita se emplea el símbolo antes mencionado. La notación matricial se ha prácticamente confinado al capítulo (Apéndice C) de álgebra lineal y superior, pero en los temas principales aparece eventualmente. Es de notar que la notación de este apéndice es la propia del álgebra lineal (sin el uso de negrillas, con variables griegas para vectores, mayúsculas latinas para transformaciones, minúsculas latinas para escalares) y la convención de suma no es tan necesaria (denotada la suma explícitamente). En este caso se ha usado la notación de la variable en negrillas encerradas entre corchetes para las matrices cuadradas ($n \times n$ elementos componentes de un tensor de segundo orden y dimensión n) y encerradas entre llaves para los vectores (n -uplas componentes de un vector de dimensión n , en una matriz columna, o su traspuesta en una matriz fila, aunque la trasposición no tiene ningún sentido para vectores en la notación simbólica), especificando donde sea necesario la base usada como un subíndice fuera de los símbolos de agrupación.

Todos los errores que pudiera presentar esta monografía son de exclusiva responsabilidad del autor y no involucra de ningún modo a la institución donde se generó, ni a la bibliografía consultada. Cualquier comentario de forma o de fondo acerca de esta obra será bien recibido por el autor, puesto que se está bien seguro que ellos redundarán en mejoras y añadiduras, que de otra forma tardarían mucho más tiempo en realizarse.

Finalmente se desea dar las gracias a todas aquellas personas que de una u otra forma se han interesado en esta obra, haciendo sus observaciones de manera oportuna. A los profesores colegas, cuyas discusiones y dudas acerca de algunos temas relacionados dieron la idea de publicar un trabajo que eliminara las ambigüedades y aclarara las dudas. A los estudiantes del curso de postgrado sobre la Mecánica de Medios Continuos, cuya ingenuidad hizo en múltiples oportunidades que se reformulara o parafraseara parte del contenido para su mejor entendimiento, cuando aún estaba escribiendo el borrador de esta obra.

En esta oportunidad esta monografía se ha justificado como trabajo de ascenso del autor para optar a la categoría de Asociado en la Universidad Simón Bolívar, sin embargo, existe un deseo muy intenso de que se trascienda esta frontera. Se espera que sea de mucha utilidad, tanto para los cursos donde se pueda emplear como material de apoyo, como para su uso en calidad de material de consulta, aquí en esta universidad y en otras universidades e instituciones.

Andrés L. Granados M.
UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR
Departamento de Mecánica
Caracas, Venezuela, Junio de 2002

CONTENIDO

DEDICATORIA.	v
PREFACIO.	vii
CONTENIDO.	xiii
INTRODUCCION.	1
1. DEFINICION DE FLUIDO, SOLIDO Y MEDIO CONTINUO.	1
2. SISTEMA MATERIAL DISCRETO Y CONTINUO.	2
3. SISTEMA DE COORDENADAS, SISTEMA DE REFERENCIA Y MARCO DE REFERENCIA.	3
4. VECTORES Y TENSORES CARTESIANOS Y ABSOLUTOS.	4
5. NOTACION SIMBOLICA, MATRICIAL E INDICIAL.	4
6. MECANICA (ESTATICA, CINEMATICA Y DINAMICA) Y TERMODINAMICA.	5
BIBLIOGRAFIA.	6
CAPITULO I. CINEMATICA DE LOS SISTEMAS MATERIALES.	9
1. MOVIMIENTO.	11
2. FLUJO.	24
3. DEFORMACIONES.	39
BIBLIOGRAFIA.	63
CAPITULO II. ANALISIS DE ESFUERZOS.	67
1. TRACCION Y ESFUERZO.	68
2. ESTADO DE ESFUERZO.	71
3. CRITERIOS DE FALLA.	76
4. TENSION SUPERFICIAL.	79
BIBLIOGRAFIA.	82
CAPITULO III. PRINCIPIOS DE CONSERVACION.	85
1. CONSERVACION DE MASA.	87
2. CONSERVACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL.	88
3. CONSERVACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO ANGULAR.	92
4. CONSERVACION DE LA ENERGIA.	96
5. CONSERVACION DE LA ENTROPIA.	102
6. ECUACION GENERAL DE CONSERVACION.	105
BIBLIOGRAFIA.	109
CAPITULO IV. PRINCIPIOS VARIACIONALES.	113
1. PRINCIPIO DE HAMILTON.	113
2. SISTEMAS DISCRETOS.	114
3. SISTEMAS CONTINUOS.	120

